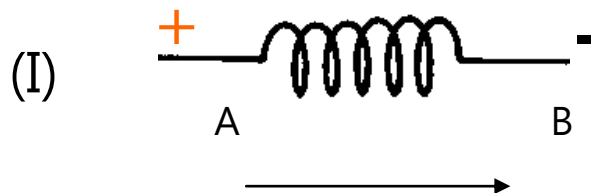


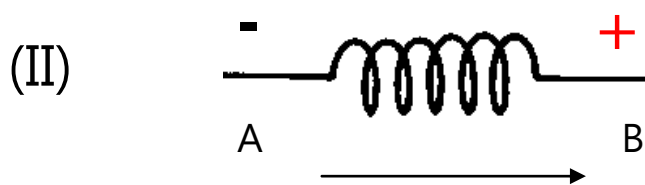
電感器 (inductor) 的電壓究竟是 $-L \frac{dI}{dt}$
還是 $L \frac{dI}{dt}$?

在電磁感應 (electromagnetic induction) 那章書說 L 的感生電動勢 (induced emf) 是 $\varepsilon = -L dI/dt$ 。但在稍後 RL 或 RLC 的電路中，L 的電壓就變成了 $V = L dI/dt$ 。這是甚麼一回事？

1. 無論是 ε 或 V ，都必須符合從楞次定律 (Lenz's law) 求得電感器 (inductor) 的正負極：



- 電流由 A 流向 B。
- 電流的大小隨時間增加。
- A 是正、B 是負。



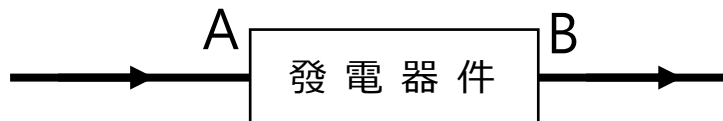
- 電流由 A 流向 B。
- 電流的大小隨時間減小。
- B 是正、A 是負。

2. 使用 $\varepsilon = -LdI/dt$ 和 $V = LdI/dt$ 都沒有問題。問題只是我們視電感器是一個甚麼器件 (element)。

電感器的角色不像電阻那麼明確清晰。電阻不斷把電勢能 (electric potential energy) 轉化為內能 (internal energy)，是一件「耗電」的東西。電感器有一半時間是把電勢能轉化為磁能 (magnetic energy)，是一件「耗電」的東西；但亦有一半時間是把磁能轉回電勢能，是一件「發電」的東西。

3. 若把電感器視為如電池、發電機等的「發電」角色，那我們用的無疑就是 $\varepsilon = -LdI/dt$ ，說的是它的電動勢 (EMF)。

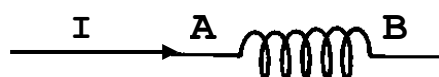
那時正、負就必須依循電動勢的法則。



上圖的電流由 A 流入發電器件，由 B 流出。電荷流經器件而獲得額外電勢能，所以 B 比 A 有更高的電勢，即是 B 是正、A 是負。

$\varepsilon = -LdI/dt$ 公式背後定正負的準則就是以上藍色的一段字。

試試看，

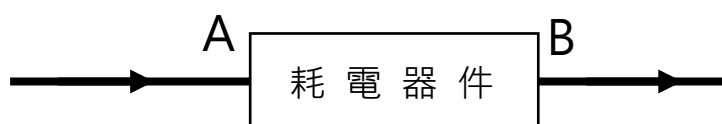


用 " $\varepsilon = -LdI/dt$ " 時，已 預設了 A 端是負、B 端是正。

I 隨時間增加	$dI/dt > 0$	$\varepsilon < 0$	和預設相反，即是 A 正、B 負。
I 隨時間減小	$dI/dt < 0$	$\varepsilon > 0$	和預設相同，即是 A 負、B 正。

4. 若把電感器視為如電阻等的「耗電」角色，那我們用的就應該是 $V = LdI/dt$ ，說的是它的電勢差 (p.d.)。[還記得電動勢 (EMF) 和電勢差 (p.d.) 的分別嗎？]

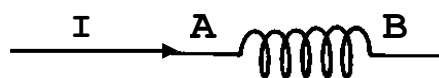
那時正、負就必須依循電勢差的法則。



上圖的電流由 A 流入用電器件，由 B 流出。電荷流經器件而消耗了部份電勢能，所以 B 比 A 有較低的電勢，即是 A 是正、B 是負。

$V = LdI/dt$ 公式背後定正負的準則就是以上紅色的一段字。

試試看，



用 " $V = LdI/dt$ " 時，已 預設了 A 端是正，B 端是負。

I 隨時間增加	$dI/dt > 0$	$V > 0$	和預設相同，即是 A 正、B 負。
I 隨時間減小	$dI/dt < 0$	$V < 0$	和預設相反，即是 A 負、B 正。

無論是用 $\varepsilon = -LdI/dt$ 或 $V = LdI/dt$ ，只要用得正確，得到的結果相同。

5. 克希荷夫第二定律 (Kirchhoff's second law)的其中一個寫法是

$$\sum \text{emf's} = \sum \text{p.d.'s}$$

即是在電路的任何一個閉合迴路中，把所有電動勢 (emf) 加起的值必等於電勢差(pd) 之和。

若把電感器 (inductor) 視為一電動勢源 (source of emf) ，那

就把它的 emf $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ 放在公式的左方去。若然把它從左方

調到右方去，那個負號不見了。數學是這樣，其物理意義就是把

它由一個 emf 改變成一個 pd。

6. 在電磁感應那章書，要突出電感器的「電磁感應」功用，所以用的必然是 $\varepsilon = -LdI/dt$ 。但到了 LR 或 LRC 電路，就要變成 $V = LdI/dt$ 。無他，只不過要「遷就」R 和 C 而已。R 和 C 說的是電勢差 p.d.，L 也要一起說電勢差 p.d.，那才可以

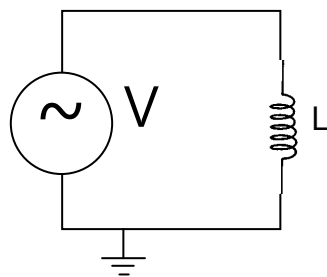
$$V_L + V_R + V_C = \text{電源的電動勢 emf}$$

7. 純電感器 (pure inductor) 在交流電 A.C. 的相差關係：

電壓 V 領先電流 $\pi/2$ 。這是用 $V = LdI/dt$ 推出來的結果 (即是已預設了電流進入那一端是正極)。

「 L 的電壓 V 領先電流 $\pi/2$ 」中的 V 是 p.d. 。

例 1：



上圖 L 是一純電感器 (pure inductor) $L = 100 \text{ mH}$ 。

交流電源 $V = 3\sin(8t)$ (Volts)

求在 $t = 0.3\text{s}$ 、 0.4s 和 0.5s 時的電壓和電流。

在上圖清楚顯示在這些時刻電壓的正負和電流的方向。

解答：

我們運用概念「在純電感器，電壓 V 領先電流 $\pi/2$ 。」

$$\therefore V = 3\sin(8t) \quad \dots\dots(i)$$

$$\therefore I = I_0 \sin(8t - \pi/2) \quad \dots\dots(ii)$$

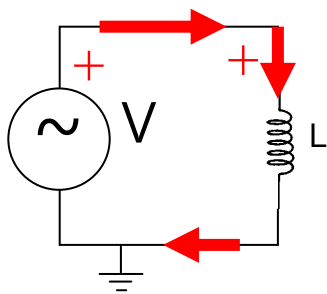
其中 $I_0 = V_0/\omega L = 3/(8 \times 100 \times 10^{-3}) = 3.75A$

須知「電壓 V 領先電流 $\pi/2$ 。」的「電壓 V 」是指 L 的 p.d.

$$V = LdI/dt \quad \dots\dots(*)$$

可把 (i) 和 (ii) 代入 (*)，以作驗證。

所以，電壓和電流的正負已預設了如下：



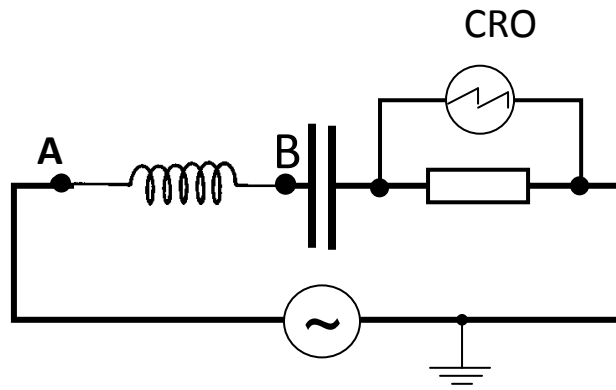
- 下端接地，所以 式 (i) 是預設了上端為正。
- 我們以 L 的 p.d. 來定正負：電流從正的那端流入 L 。
- 所以，式 (ii) 是預設順時針方向的電流為正。

時間	電壓	電流	電壓	電流
t/s	$V = 3\sin(8t)$	$I = 3.75 \sin(8t - \pi/2)$	(預設上端為正)	(預設順時針方向為正)
t = 0.1	2.150V	-2.61 A	上端為正	逆時針方向
t = 0.3	2.03V	2.76A	上端為正	順時針方向
t = 0.5	-2.27V	2.45A	下端為正	順時針方向

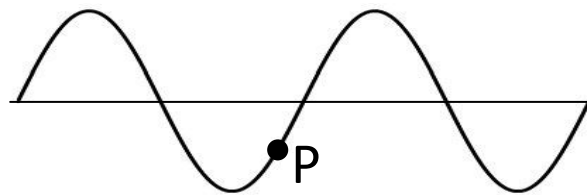
由以上例子，可看到

1. 「L 的電壓 V 領先電流 $\pi/2$ 」，正確意思是「L 的電勢差 $pd (V = LdI/dt)$ 領先電流 $\pi/2$ 」。寫得更「白」、有點兒「畫蛇添足」是「L 的電勢差 $pd (V = LdI/dt)$ 領先電流 $\pi/2$ ，此電流的正負就是以電勢差 pd 的準則 (電流進入 L 的是正極) 來定義」。
2. 「L 的電壓 V 領先電流 $\pi/2$ 」中的 V 也可理解為「電源的電動勢 emf 」。以「電源的電動勢 emf 」的準則來定義正電流 (電流離開電源的是正極) 和以「L 的 pd 」的準則來定義正電流 (電流進入 L 的是正極) 是沒有分別的 (見上頁的圖)。
3. 若以 L 的感生電動勢 $induced\ emf$ 的準則來定義正電流 (電流離開 L 的是正極) 也可以，不過應該是「L 的感生電動勢 ($induced\ emf = -LdI/dt$) 落後電流 $\pi/2$ 」。

例 2 :



上圖 RLC 交流電路，接駁在 R 兩端的示波器(CRO) 顯示以下圖形。問在圖形中標示為 P 的時刻，電流的方向為何及電感器兩端 (A 和 B) 中那端是處於高電位？



解答：

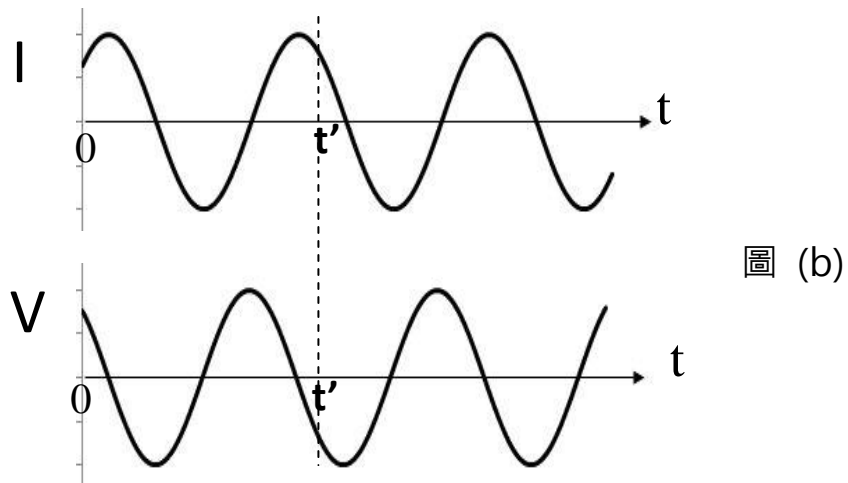
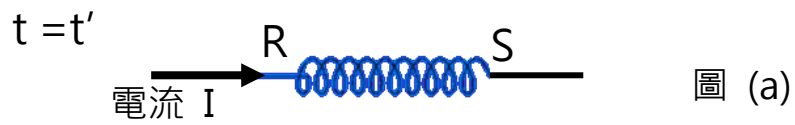
1. 電流與 V_R 同步，所以 $I-t$ 的圖像與 V_R-t (即 CRO 圖形) 相同。
 2. LCR 的右端接地。所以預設了左端的電壓為正，亦同時預設了順時針方向的電流為正。
 3. 我們採用 L 的 p.d. (V_L) 為準則：電流從正的那端流入。
 4. 預設了的正電流由 A 經 L 去 B。如用 $V = LdI/dt$ ，亦即預設了 L 的 A 端為正。
 5. 在 P 時刻， $I < 0$ 及 $I-t$ 的斜率為正。
 6. 因為 $I < 0$ ，所以 I 是與預設(順時針)相反，即是逆時針方向。
 7. 因為 $LdI/dt > 0$ ，所以 V_L 與預設相同，即 A 為正。
-

用「物理概念」解：

- (i) 交流電源右端接地。所以預設了電流是順時針。
- (ii) 在時刻 P，電流是負。所以在這時刻，電流是逆時針。
- (iii) 在時刻 P，電流是逆時針，但其大小值 (即除去負號) 是在減退中。
- (iv) 根據楞次定律，由感生電動勢產生感生電流，再由感生電流在線圈內產生的磁場 (B') 必要減慢原磁場(B)的衰減 — 唯一的結果就是 B' 與 B 同方向；即是感生電流與原電流同方向；即是 L 這個發電器件的 A 端必就是感生電動勢的正極。

練習：

在時間 $t = t'$ ，一電流 I 過電感，其方向如圖 (a) 所示般。該電感的電壓 V 和電流 I 隨時間變化在圖 (b) 顯示。問在 $t = t'$ ，電感的那端 (R 或 S) 是正？



答案在下頁

答：S 是正。

由圖(b) 可見，V 領先 I 90° ，即是 V 就是 p.d.。所以當 I 在 $t = t'$ 時 [圖(a)] 的方向流入 L 時，其 R 端就預設了為正。但事實是在 $t = t'$ 時，V 為負，所以 R 端為負，S 端為正。

吳老師 (Chiu-king NG)

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數



Online Physics Applets