

摩擦可以作正功嗎？

當然可以。

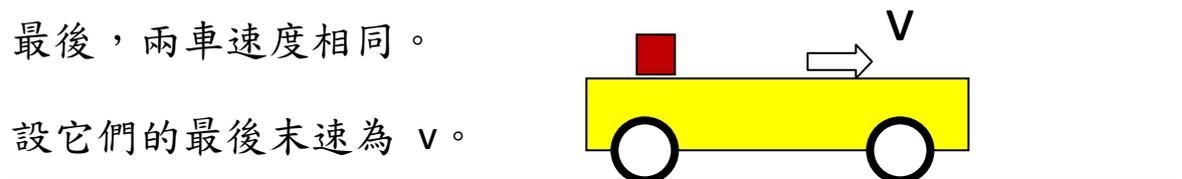
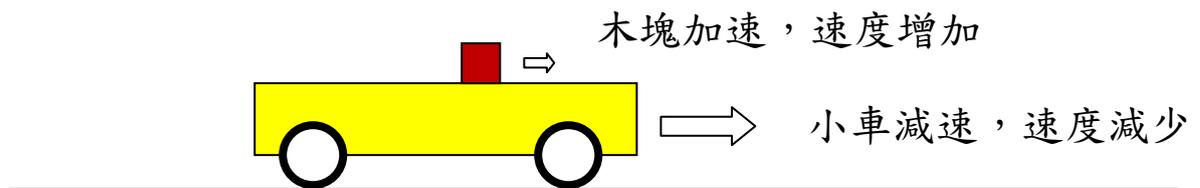
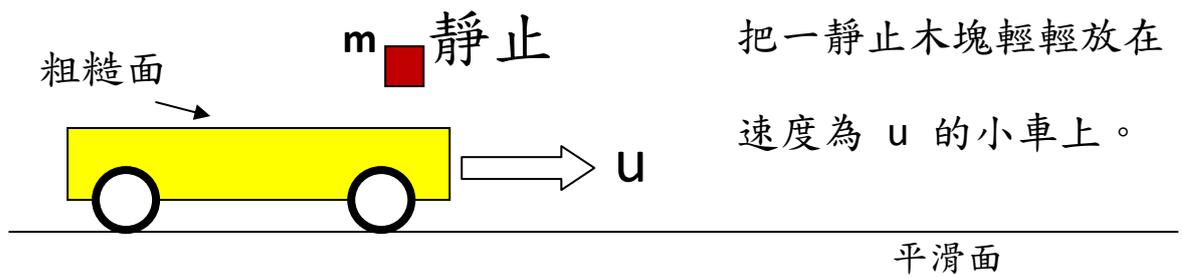
建議閣下先閱讀筆者的另一篇文章

「一些例子似乎不符合『摩擦力相反運動 (friction opposes motion)』」 <http://phy.hk/DSE/friction.pdf>。

事實上，不少例子是 "friction assists motion" 或 "friction produces motion"，最著名的例子就是汽車。汽車是依賴摩擦來加速的。那時

摩擦作的功 (正) = 汽車動能增加

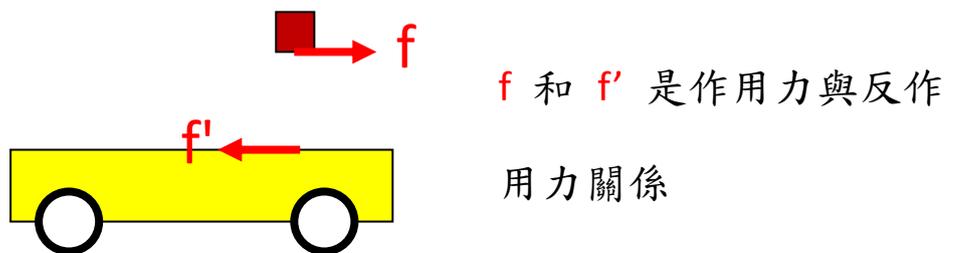
我們再深入討論以下例子。



為甚麼在木塊放上小車後，木塊會加速及小車減速？

因為小車與木塊之間的摩擦。設此摩擦為 f 。

f 的方向為何？若以小車望，木塊移向後，所以作用於木塊的摩擦是向前；而作用於小車的摩擦是向後。



木塊： 初速 = 0 末速 = v

加速度 = f/m

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as$$

$$\therefore s_{\text{木}} = \frac{mv^2}{2f} \quad \dots\dots(1)$$

小車： 初速 = u 末速 = v

加速度 a = -f'/m

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as$$

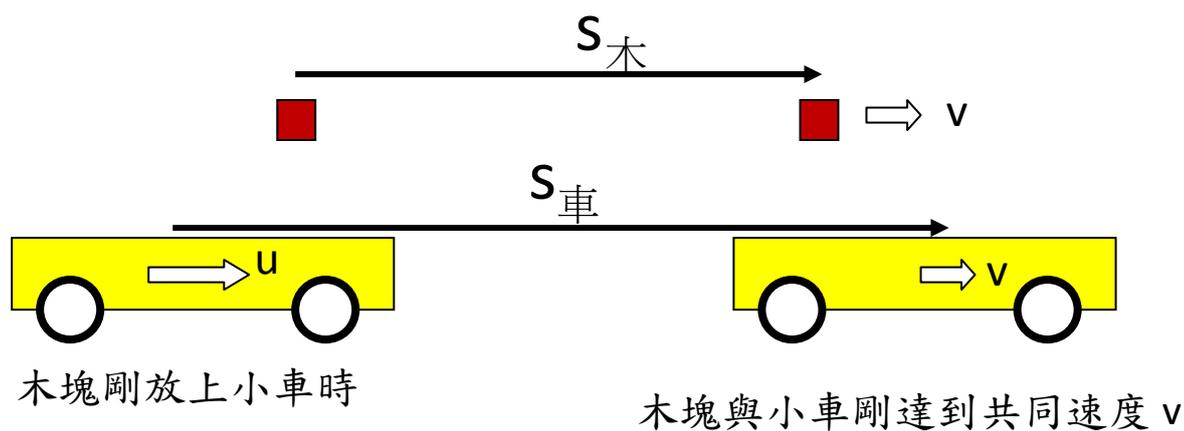
$$\therefore s_{\text{車}} = -\frac{M(v^2 - u^2)}{2f'} \quad \dots\dots(2)$$

另外，末速 v 可由動量守恆(conservation of momentum)求得

$$Mu = (M+m)v$$

即
$$v = \frac{Mu}{M+m} \quad \dots\dots(3)$$

由 (3)，可證明 $s_{\text{木}} < s_{\text{車}}$ 。



相對地面， f 和 f' 作了甚麼功？

1. 應用「功與能量關係」於木塊

- 作用於木塊的水平力只有摩擦 f 。
- 摩擦 f 向前，位移 $s_{\text{木}}$ 也是向前。所以摩擦 f 作了正功。

- 木塊的動能由零增加至 $\frac{mv^2}{2}$ 。

- 所以
$$fs_{\text{木}} = \frac{mv^2}{2} - 0 \quad \dots\dots(4)$$

(4) 與 (1) 完全相同。

2. 應用「功與能量關係」於小車

- 作用於木塊的水平力只有摩擦 f' 。

- 摩擦 f' 向後，位移 $S_{\text{車}}$ 向前。所以摩擦 f' 作了負功。

- 木塊的動能由 $\frac{Mu^2}{2}$ 變為至 $\frac{Mv^2}{2}$ 。

- 所以
$$-f's_{\text{車}} = \frac{Mv^2}{2} - \frac{Mu^2}{2} \dots\dots(5)$$

(5) 與 (2) 吻合。

3. 對整個系統(木塊+小車)作的總功

(4) + (5) ，

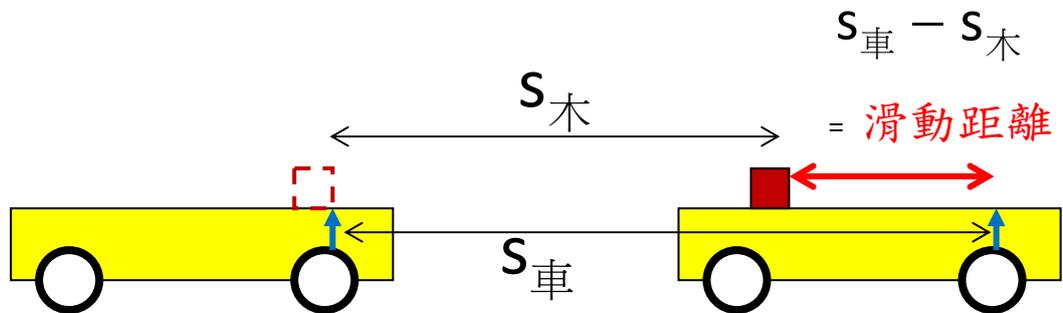
$$fs_{\text{木}} - f's_{\text{車}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} - \frac{Mu^2}{2}$$

因為 $f = f'$ (注意 f' 只是量值，其方向已在公式處理) 及 $S_{\text{木}} < S_{\text{車}}$ ，所以

$$-f(s_{\text{車}} - s_{\text{木}}) = \frac{(m+M)v^2}{2} - \frac{Mu^2}{2} \dots\dots(6)$$

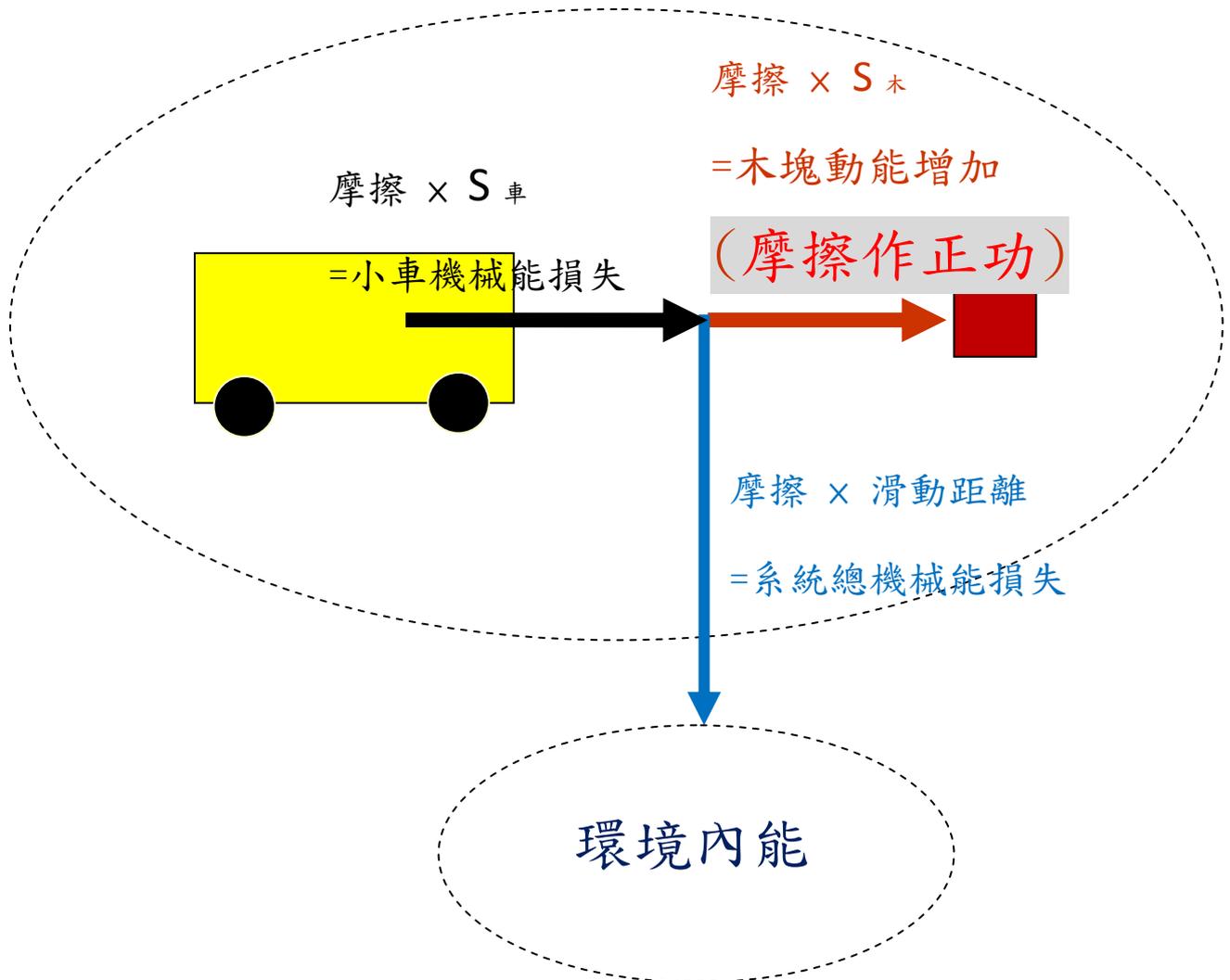
- $S_{\text{車}} - S_{\text{木}}$ 代表甚麼距離？

明顯， $S_{\text{車}} - S_{\text{木}}$ 是木塊在小車表面的滑動距離 (sliding distance)。



- $\frac{Mu^2}{2}$ 是系統原先的總機械能、 $\frac{(m+M)v^2}{2}$ 是系統最後的總機械能。 $\frac{Mu^2}{2} - \frac{(m+M)v^2}{2}$ 是系統損失的總機械能。
- 對整個系統(小車+ 木塊)來說，**摩擦作了負功**。即是整個系統的總機械能減少。損失了的動能轉化為環境內能。

例子中的摩擦作了三種功：



我們從這個例子看到

1. 對整個系統而言，摩擦作了負功。
2. 但對系統內個別物體，摩擦可以作正功；此代表系統內個別物體之間的機械能轉移。

吳老師 (Chiu-king Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數



Online Physics Applets