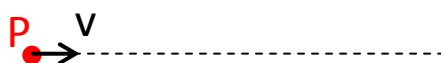


圓周運動有「向心力」和「離心力」，它們分別是什麼？

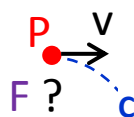
(A) 向心力 (centripetal force) 製造圓周運動

牛頓運動第一定律  
除非有外力施加，物體的運動速度不會改變。即是運動中物體總保持 **勻速直線** 運動狀態，靜止物體總保持靜止狀態。  
物體所顯示出的維持運動狀態不變的這性質稱為慣性。

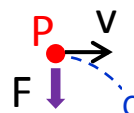
在下圖，**物體 P** 正以速度  $v$  行走。若沒有外力(重量、摩擦.... 等等) 施加，它會繼續它的直線勻速 (uniform velocity) 運動。



問：若要**用力**把 P 拉離開直線，並拉向下圖虛線 C 位置，那施加的外力 F 應該甚麼方向？

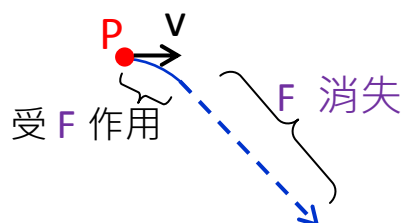


答：把 P 拉向 C 的位置，施加的外力 F 當然是向着這個方向。



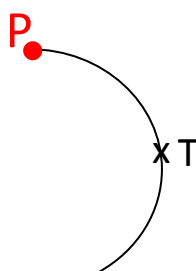
問：若這外力  $F$  維持了短時間後消失，那之後  $P$  的運動如何？

答： $P$  會以  $F$  消失前一刻的速度 (velocity) 繼續其勻速運動。

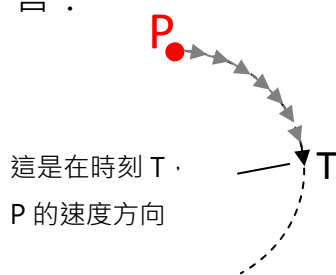


問：若要求物體  $P$  行走以下曲線，那在時刻  $T$  物體應受到甚麼方向的外力？(提示：物體的「本性」是行直線，要它靠向那方向，力就應該

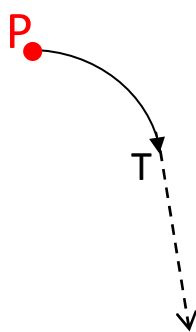
指該方向)



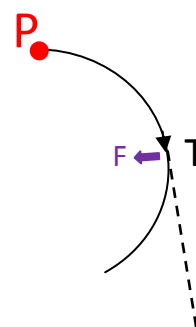
答：



這是在時刻  $T$ ， $P$  的速度方向



若在時刻  $T$ ， $P$  不受外力作用，它就會以這直線「飛出」。



要  $P$  不以直線「飛出」，而是偏向左，那施的力  $F$  必是圖中所示方向。

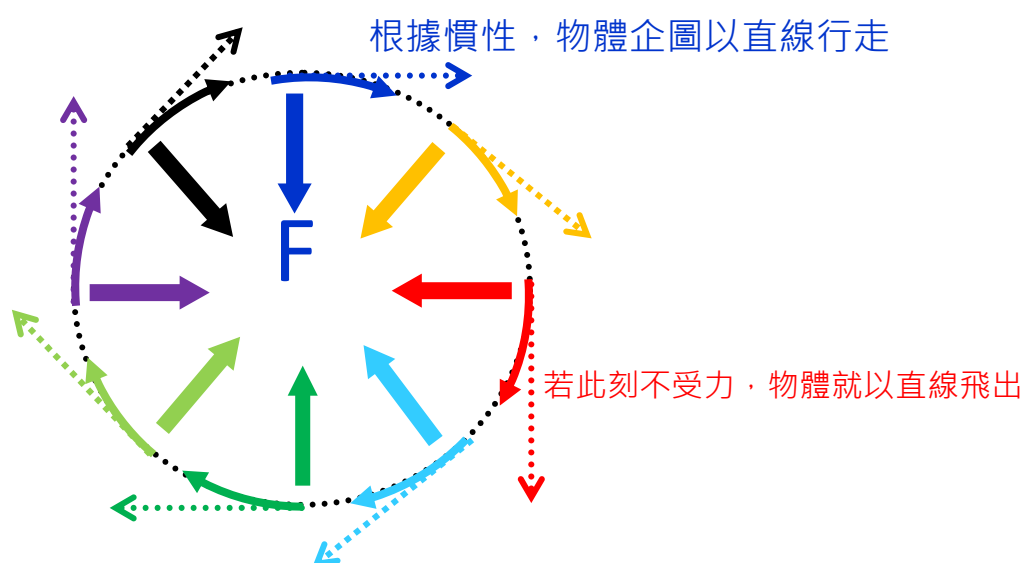
其實，物體在整條曲線上都須受外力作用。因為在任何時刻，若外力不存在，物體都會立即以直線飛出，行不到那曲線了。

問：若要求物體 P 沿一個圓的周界走，那外力的方向應為何？

答：此外力的方向要不斷改，不斷變，以阻止物體無時無刻都「企圖」

以切線的方向飛出。不要它飛出去，就要不斷用力拉它

回來。



拉回不讓物體以直線飛離去的力常常指向圓的中心，此力就是「向心力」。

「向心力」其實是一個甚麼性質的力？

## (B) 向心力不是一種新的力

向心力不是張力、引力、法向力(正向力)、摩擦力、電磁力等這張名單上的其中一種。

它只不過是對製造物體圓周運動的淨力(net force) 或不平衡力(unbalanced force) 的一個稱呼。

“ $F = ma$ ” 中的  $F$  是「因(cause)」，而  $a$  是「果(effect)」。  
是力製造加速，而不是加速製造力。

圓周運動本身就是一個加速運動 (因速度的方向不斷改變)，人們稱製造這加速運動所需的淨力為「向心力」。

同學不妨把「向心力」三字看成不過是「向着圓心的淨力」的縮寫。

那麼，這個淨力(向心力)又從那處來？

是物體在圓周運動時「無端端」自己走出來嗎？

不是！

看看物體當時是受着張力、重量、法向力、摩擦力、電磁力...等這些力之中的那一些。這些力的矢量和的向着圓心的分量就是「所需淨力」，亦

即就是「向心力」。

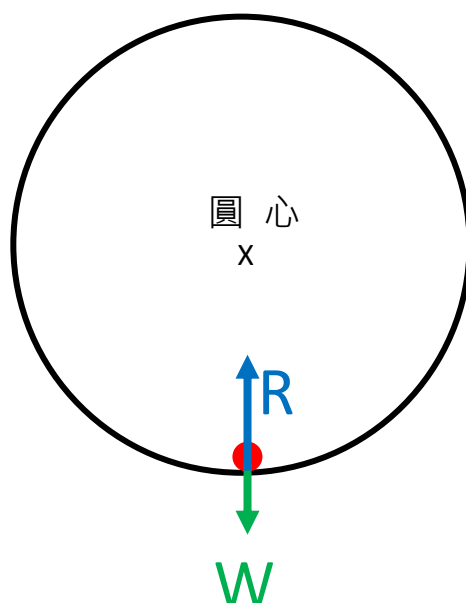
我常打趣說：

「某學生須購買一本值二百元的教科書。他的二百元，其中一百元是自己儲蓄得來，五十元是媽媽給的，另外五十元是向哥哥借的。好了，向不同渠道湊夠了二百元，可以買書了。

這二百元是用作『買書』用途，所以我可以稱這筆錢為『買書錢』。

但如果這學生說他現在擁有四百元：真金白銀的二百元，再加上二百元的『買書錢』。你聽了，有甚麼反應？」

相同情況，當圓珠在垂直的平滑圓軌內進行圓周運動 (looping the loop)，圓珠受到的外力就只有圓珠的重量 ( $W$ ) 和路軌施於它的法向反作用力 ( $R$ )。



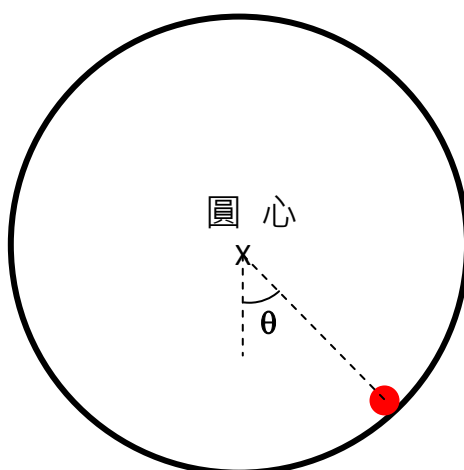
只有這兩外力，是沒有一個名為「向心力」的力施於它。

那「向心力」是甚麼？在這例，「向心力」只不過就是  $W$  和  $R$  的矢量和 (vector sum) 的指向圓心分量 (component)。此分量就是向着圓心的淨力(向心力)。

圓珠在圓軌上運動，是在進行加速，加速需要淨力。而淨力來自  $R$  和  $W$ 。在最低點 (上圖)，加速度  $a$  垂直向上指向圓心。所以  $R$  大於  $W$ ，它們的相差就是圓珠在那處繼續其圓周運動所需的淨力，所以在那裏，淨力是  $R - W$ ，亦即是向心力 =  $R - W$ 。

問題：當圓珠在

- (i) 最高點，向着圓心的淨力(向心力) \_\_\_\_\_。
- (ii) 在下圖位置，向着圓心的淨力(向心力) \_\_\_\_\_。



答案在末頁

### (C) 要求數值

經推導 (讀者很容易在網上或教科書中找到，這裏不重複)，向心力的數值是

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

其中  $m$  是物件的質量、 $v$  是沿周界運動的速率、 $r$  是圓的半徑和  $\omega$  是角速度 ( $\omega$  即一秒轉的弧度； $v = \omega r$ )。

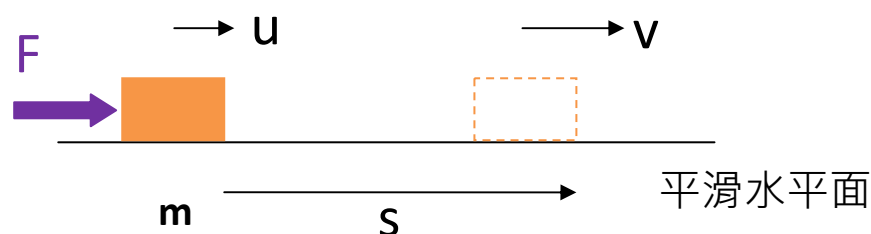
強調多一次，不是說圓周運動會產生一個名為「向心力」的力，上式只是告訴我們：

若你要求一質量  $m$  的物體，以  $v$  的速度沿一個半徑  $r$  的周界行走，你必先給它一個向着圓心的淨力才行。這個力可以是引力，可以是電磁力，可以是法向力，.....等，亦可以是這些力的合力。

這個向着圓心的淨力的量值要剛剛好，過大或過小也達不到效果，那剛好的量值是甚麼？那就是從公式  $F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$  求得的數值。

## (D) 類 比

用大家熟悉的一維加速作進一步說明。



因



方塊  $m$  受力  $F$  作用，它可以由 初速  $u$  開始，經過位移  $s$  後，速度變成  $v$ 。

果



我們反過來問：要達到這樣的果（初速  $u$  開始，經過位移  $s$  後，速度變成  $v$ ），其因（力  $F$ ）應為何值？

根據  $v^2 = u^2 + 2as$ ，所以  $a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$

又因為  $F = ma$ ，所以

$$F = \frac{m(v^2 - u^2)}{2s}$$



你如何解讀此式？

(1) 你斷不會這樣說：在物體加速的過程中產生了一個  $m(v^2-u^2)/2s$  的力。

(2) 其意義不過是：要方塊有這樣的結果 ( $u$  變  $v$ )，它必應受外力  $F$  作用；要完全達到這效果，此外力的數值就必是上式運算出的結果。

" $F = \frac{mv^2}{r}$ " 和 " $F = \frac{m(v^2 - u^2)}{2s}$ " 的形式和意義相類似。前者適

合圓周運動(速度的方向不斷改變)、後者適合一維勻加速(速度的量值不斷改變)。

兩者都是 “你要得到這樣的加速結果(公式右方)，你必先施於物體如公式運算出的數值的力才行”。

不同的是我們稱  $mv^2/r$  為「向心力」，而  $m(v^2-u^2)/2s$  則沒有特定名稱。

## (E) 衛星變軌

思考題：

一人造衛星以圓形軌道繞地球轉。若衛星變軌，把它下降至較低的圓形軌道，須把衛星的速度增加或減少？

答：減速。

人造衛星繞地球旋轉，它所需的向心力是來自它的重量（萬有引力）。在原來的軌道，衛星的重量剛好足夠這個  $m$  的衛星在這個半徑  $r$  的軌道以這個  $v$  作圓周運動。

物體的重量（萬有引力）平方反比於物體與地球中心的距離。在原來的軌道，無論衛星有甚麼速度，它的重量都是一樣。

把衛星的速度改變，就是把它 實際得到的外力（重量）與在原圓形軌道上運行時 需求的力 ( $F = \frac{mv^2}{r}$ ) 造成不相符，那衛星就作不了原來的圓周運動。

當  $v$  減少，那時衛星的重量是大於它在原來軌道以這個  $v$  運行所需的淨力。過大的力就會造成過大的彎曲，即是衛星會比原來的弧更向內彎曲（下跌一較低軌道）。

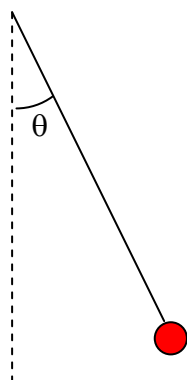
★★ 不小心會答錯本問題。經推導，衛星在軌道上的速度

$v = \sqrt{GM/r}$ 。即是衛星在越低軌度，速度就越高。所以同學容易把本問題的答案說是「加速」。不是這樣。實情是先把衛星減速，地心吸力自然會把它拉下(想像若把速度降為零，衛星會直接跌

下)。但同時當衛星下降至較低位置時，其部份引力勢能會轉化為動能(引力做功)。故此衛星在較低軌道時的速度又會增加了。

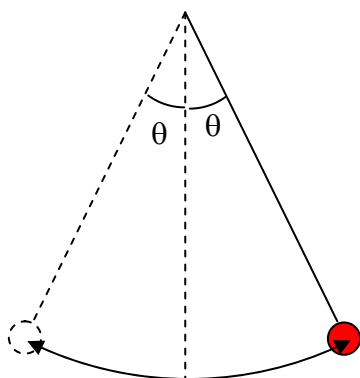
## (F) 如何分析圓周運動

在結束關於「向心力」的討論前，再以 **單擺** 和 **圓錐擺** 作例子說明。

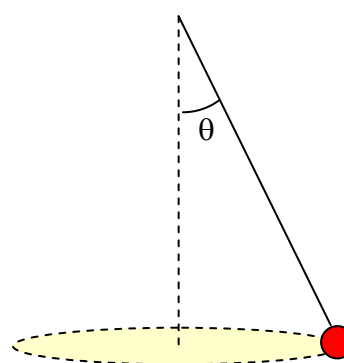


長繩上端固定，下端繫上質量  $m$ 。把繩伸直並把  $m$  移高，繩與垂直成角  $\theta$ 。

- 若把  $m$  從靜止釋放， $m$  會進行下圖(a) 的單擺運動 (simple pendulum)。
- 若給予  $m$  一適當的水平初速， $m$  會進行如下圖(b) 所顯示的圓錐擺運動(conical pendulum)



圖(a):單擺運動 (simple pendulum)



圖(b): 圓錐擺運動 (conical pendulum)

無論是單擺，或是圓錐擺運動， $m$  都是進行圓周運動，但是很不一樣的圓周運動。

在作者的物理教學網頁裡有兩個分別是單擺運動和圓錐擺運動的模擬程式

單擺運動: <http://ngsir.netfirms.com/chinesehtm/Pendulum.htm>

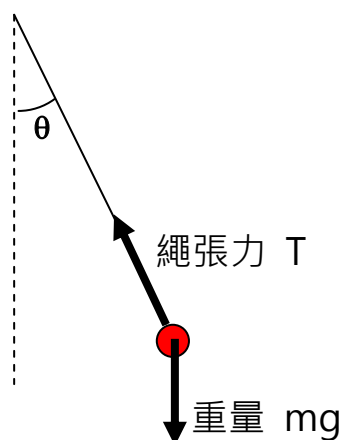
圓錐擺運動: <http://ngsir.netfirms.com/chinesehtm/ConicalPendulum.htm>

思考圓周運動問題，只要依循以下步驟就必把問題破解：

1. 把  $m$  受的力在圖中顯示 (重量、張力、法向力、摩擦、電磁力...等。記得，這裏沒有一種力叫「向心力」)。
2. 小心辨認  $m$  進行的圓周運動的圓心在那裏。把這個圓心以「 $\times$ 」在圖中顯示。
3. 在步驟(2) 點出的圓心位置就令我們決定如何分拆在步驟(1) 畫的力(resolve components)。
4. 把作用於  $m$  的力分解：沿半徑指向圓心和垂直半徑。
  - 平行並指向圓心方向的力不會相消，這方向的淨力就是向着圓心的淨力 (向心力)，其值是  $mv^2/r$ 。
  - 若  $m$  進行的是勻圓周運動(uniform circular motion)，即是其速率 (speed) 不變，那垂直圓心方向的力互相抵消。

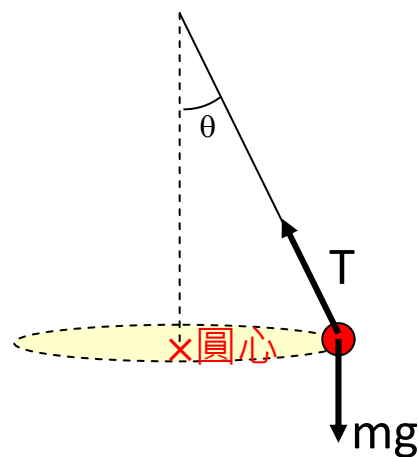
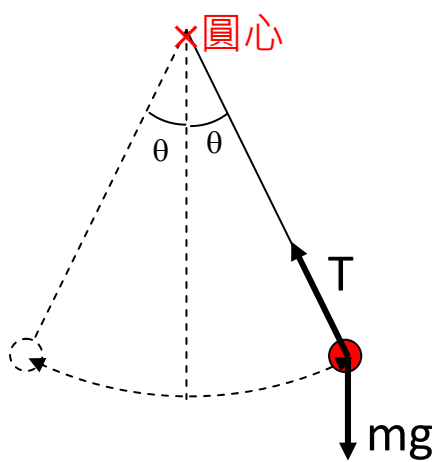
用以上各步驟分析單擺和圓錘擺。

步驟 1：m 受的力

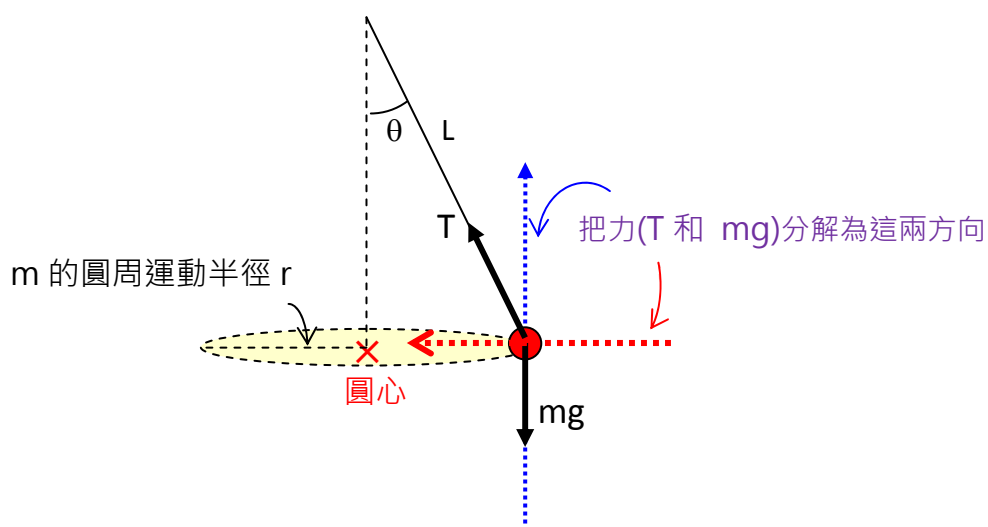
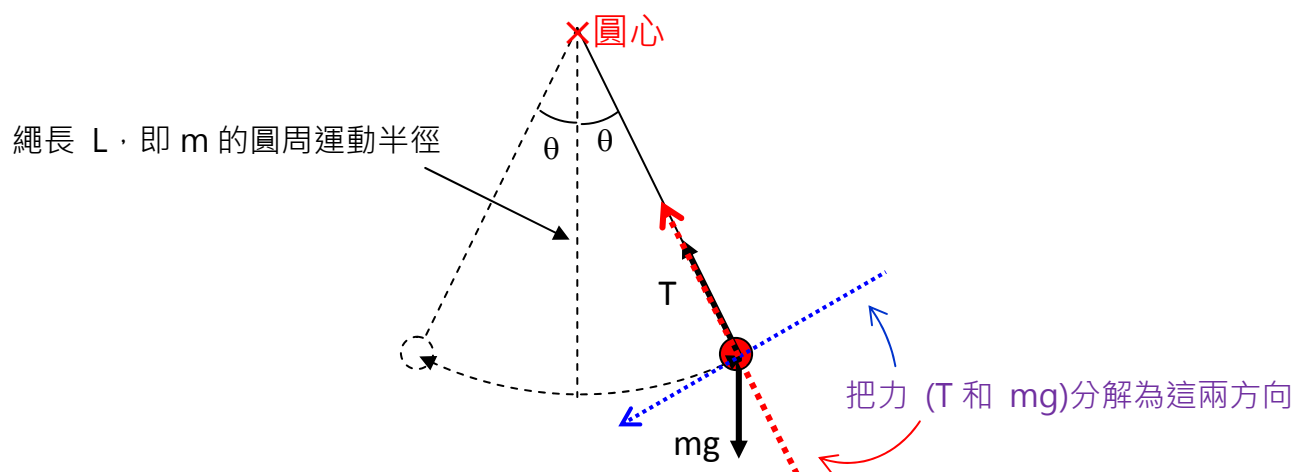


無論  $m$  進行甚麼運動， $m$  受的力就只有這兩個(忽略空氣阻力)。

步驟 2：圓心在那裏？(關鍵步驟)



步驟 3：把力分解(沿半徑指向圓心和垂直半徑)



	單擺	圓錐擺
沿半徑指向圓心方向的淨力	$T - mg\cos\theta$	$T\sin\theta$
垂直半徑方向的淨力	$mg\sin\theta$	$T\cos\theta - mg$

因為向着圓心的淨力(向心力) =  $mv^2/r$  .

所以

◇ 單擺:  $T - mg\cos\theta = mv^2/L$  .....(i)

◇ 圓錘擺:  $T \sin\theta = mv^2/r$  (其中  $r = L\sin\theta$ ) .....(ii)

垂直半徑的淨力如何？

圓錘擺是勻圓周運動 (uniform circular motion) ，但單擺不是。

單擺:  $T\sin\theta = m \times$  切向加速度 .....(iii)

圓錘擺 ,  $T\cos\theta - mg = 0$  .....(iv)

如何再運用上式求答案，就須看問題問甚麼了。

例如：問當單擺擺至最高位置時，繩的張力為何？這與圓錘擺繩的張力相同嗎？

當單擺位於最高點， $v = 0$ ，所以式 (i) 變成  $T - mg\cos\theta = 0$  .

即  $T = mg\cos\theta$  .

圓錘擺的式 (iv) ,  $T\cos\theta - mg = 0$  , 所以  $T = mg/\cos\theta$  .

一個是  $mg$  乘  $\cos\theta$  , 一個是  $mg$  除  $\cos\theta$  . 這是公開試的「黃金題」！

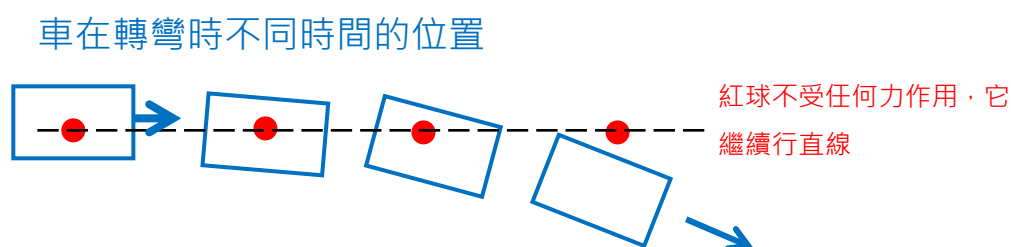
說「向心力」也差不多了，我們轉談談甚麼是「離心力」。

## (G) 離心力 (centrifugal force) 是一種假力

從牛頓力學而言，描述圓周運動只需向着圓心的淨力(向心力)已經足夠，實在不需要甚麼「離心力」。

但另一方面，我們也不能否認當車轉彎時，真的像有被「拋出」的感覺。這是甚麼一回事？

(a) 路面的人會這樣解釋：



上圖顯示一輛從高空望着的車子。紅點代表在車內，放在平滑地面的一個紅球。

開始時，車子和紅球都以勻速向前走着。

車子轉彎，但車上的紅球因為慣性而繼續行直線。

紅球行直線，車子轉了彎，紅球相對車子而言，是從車的一旁，**像**被一個力向外推向另一旁。這實際是慣性造成的效果，沒有甚麼所謂「離心力」。影片([https://www.youtube.com/watch?v=1\\_UBPOiNHj8](https://www.youtube.com/watch?v=1_UBPOiNHj8)) 有類似示範。

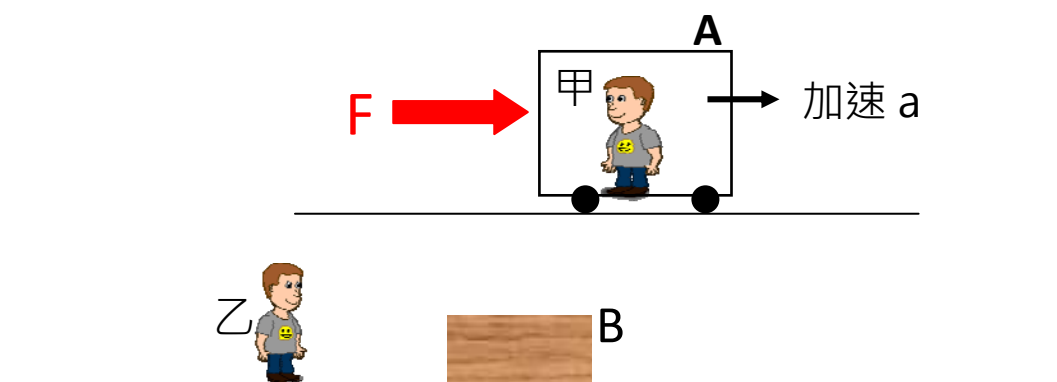
從地面描述圓周運動，不存在甚麼「離心力」。人們有被拋出的感覺實際是慣性 (inertia) 造成。



(b) 若從加速當中的車子來觀看運動，情況不一樣。物理學稱一個加速的觀察者為一個非慣性參考系統 (noninertial frame of reference)。

但牛頓第二定律不適用於非慣性系統

例：



圖中，車 A 受力 F 作用；力製造加速  $a = F/m$ 。方塊 B 則不受任何力作用。

✚ 在路面上，靜止的乙所看見的景象是：

A 因力 F 作用，所以加速。

B 靜止，因它沒有受 (淨) 力作用。

✚ 在車 A 內的乘客甲看見的則是另一番景象：

A 受力 F 作用，但它是靜止的。

雖然 B 沒有受淨力作用，但它以加速 a 的值向後加速。

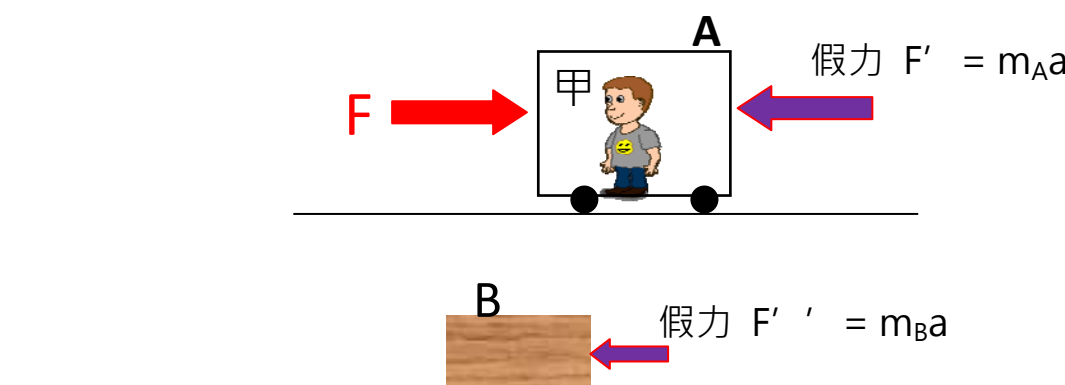
明顯地，甲看見的世界是受力的物體不加速，不受力的物體加速。甲看到的世界不滿足牛頓運動第二定律。

為了牛頓力學仍然可適用於非慣性系統，物理學引入了「假力」

(pseudo-force, fictitious force , apparent force 或 inertial force) :

從一加速為  $a$  的非慣性系統來描述某物體的運動，只要「想像」該物體多受一個  $-ma$  的力作用 ( $m$  是該物體的質量，負是表示相反方向)，那時牛頓第二定律  $F = ma$  仍然正確。

在引入了假力後，上例中的甲就會這樣描述



A 是靜止，因為  $F$  與  $F'$  抵消。

B 向後加速，因它受  $F''$  作用。

用「假力」解問題既容易，亦簡單，是力學中常用方法。

離心力就是在轉彎的車上 (非慣性參考系統) 來描述運動時，須加入令牛頓第二定律仍然生效的假力。

轉彎的車子在加速中，所以坐在轉彎車子上的乘客就是在一個非慣性參考系統來觀察世界，他們看到的一切一切（車上的自己、鄰座的朋友、椅子、.. 等等所有車上物體；車外的街上行人、停泊在路旁的車、從樹上飄落下的樹葉、...等等所有車外物體）都受了一個名為「離心力」的假力作用。引入了假力，那車上的人就會用牛頓第二定律成功地描述他/她看見的世界。（除了「離心力」，「科里奧利力」(Coriolis force) 也是轉動非慣性參考系中須引入的另一種假力。)

如此，在轉彎的車上乘客說他/她 被「離心力」推向外。

(c) 乘客坐上一輛汽車。當汽車突然開動，乘客有像被推向後的感覺。

很快，當乘客身體從椅子或扶手獲得向前的法向力或摩擦，乘客也會隨汽車加速而去。這是直線加速運動。但那個

「像被推向後」對比於圓周運動的「離心力」。

「向前的法向力或摩擦」是乘客因應環境，須要加速而需要的淨力，對比圓周運動，那就是向着圓心的淨力。

## (H) 以「離心力」再談衛星變軌

在 P.9 的思考題。

一人造衛星以圓形軌道繞地球轉。若衛星變軌，把它下降至較低的圓形軌道，須把衛星的速度增加或減少？

在那衛星之內的太空人會這樣說：「我看見衛星是靜止的。衛星受離心力(向外)和地球的引力(向內)作用。這兩力相消，所以衛星靜止不動。若離心力可以減少；因引力不變，衛星必然不再平衡而向地心方向跌下」無論用「向心力」或是「離心力」，我們最後寫出來的公式沒有分別。

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

但其背後的概念就很不一樣。

✚ 以「向心力」說，物體受到唯一的力(引力  $GMm/r^2$ ) 的值應等於  $mv^2/r$ 。  $GMm/r^2$  是  $F$  而  $mv^2/r$  是  $ma$ 。  $F = ma$ 。

✚ 以「離心力」說： $GMm/r^2$  和  $mv^2/r$  均是力，它們平衡抵消。  
 $GMm/r^2$  是  $F_1$  和  $mv^2/r$  是  $F_2$ 。  $a$  是零。  $F_1 - F_2 = ma$ 。

## (I) 有關「離心力」數點

- 「假力」之所以是「假」，是以牛頓力學而言。譬如，牛頓第三定律說，凡一力存在，它的反作用力也必然存在，但假力是沒有反作用力的。離心力是沒有反作用力的。

- 地上觀察者不可以說他看見的慣性現象是由慣性力造成（「慣性力」即是「假力」）。「慣性」和「慣性力」是不同觀察者使用的物理語言。地上的人用「慣性」；車的人用「慣性力」（離心力）。
- 不可以說：「慣性製造了慣性力」。
- 在一些不嚴謹的書刊中有「離心力是向心力的反作用力」的說法，這是完全錯誤的。請閱讀作者的一篇相關文章  
<http://ngsir.netfirms.com/Q/ME/MQ10.pdf>
- 「向心力」的「心」有別於「離心力」的「心」。  
「向心力」的「心」是物體繞着轉的圓心；而「離心力」的「心」是轉動參考系統的座標中心。
- 以愛因斯坦廣義相對論的「等效原理」來解釋，「假力」是一個真正的(引力)。有興趣的讀者可參考一些相關的科普書籍。

## (J) 案例分析

多謝你仍用心繼續閱讀本文。

最後，我們分析一樁案例。這是數年前香港某報章報導香港某主題公園新添置的一部名為「翻天覆地」的機動遊戲。



該主題公園的官方網頁對這部機動遊戲的介紹：「追求終極刺激的你，一定要挑戰「翻天覆地」的天旋地轉快感！這座機動遊戲超過 22 米高，其強勁的臂彎以每小時 60 公里的驚人速度在半空搖擺，加上瘋狂自轉，及突如其來的 360 度凌空迴旋，勢要你感受 3.9G 的極級重力，瞬間帶來心驚膽跳的忘我快感！」

(<https://www.oceanpark.com.hk/tc/park-experience/attractions/flash>)

那報章轉述一位「名師」的解釋：

「在任何一個圓周運動，它都有一個向心加速度，是指向圓心的。其實只有當機械把你運到最高一點時，才可能接近 3.9G，因為在最高點，它的向心加速度是向下的，而地球的向心加速度也是向下的，所以要這兩點加起來 ( $2.78G + \text{原來的 } 1G = 3.78G$ )，才接近 3.9G；但若你被機動遊戲搖到下圓周的下面一點時，你在這個圓周的加速度是向上的，所以你在低點會感到比較不那麼刺激！它只有 1 點幾 G ( $2.78G - 1G = 1.78G$ )，所以你在最高一點時，是特別驚的。」

(<http://hk.apple.nextmedia.com/supplement/tech/art/20101130/14713680> ---網頁已刪)

尊貴的讀者，若果你相信自己已明白了甚麼是「向心力」和「離心力」，你要停下來想想以上的「解釋」是否正確。若不正確，問題出在何處？

- 所謂 1G, 3.9G 實應是 1g, 3.9g, 是加速度。把加速度乘上質量  $m$  就是力。
- 在 P.5, 我們說了一個「買書錢」的比喻。如果那位買書的同學這樣說：「你看我多『富有』：自己儲蓄了一百元，媽媽給了五十元，... 還加上『買書錢』二百元。」看似笑話，但一不小心，你犯的錯誤，就是如此「笑話」！
- 這句「向心加速度是向下的，而地球的向心加速度也是向下的，所以要這兩點加起來( 2.78G + 原來的 1G = 3.78G )，才接近 3.9G」是錯誤的，一如就是把『買書錢』視作一筆獨立的錢！
- 正確的說法是，向心加速度中已包含來自引力加速度的貢獻（一如「買書錢」部份來自自己儲蓄）。

在最高點，向心加速是 3.9g，這 3.9g 之中的 1g 是來自地球引力加速。餘下的 2.9g 是來自法向力  $R$ 。所以人在這最高點感受到的是 2.9g（人肌肉感受到的力是  $R$ ，請參看 <http://ngsir.netfirms.com/Q/ME/MQ28.pdf>）

在最低點：向心加速是向上 3.9g，地球引力加速是向下 1g。即是地球引力加速 1g(向下) +  $R$  造成的加速 = 向心加速 3.9g (向上)

所以，R 造成的加速 =  $4.9g$  (向上)

- 若在最高點用「加」作運算，那也可以。與引力加速相加的不是向心加速，而是「離心加速」。

在「買書錢」的比喻，那同學在一張白紙上寫 “-\$200 元” 代表買書的支出。之後就可以把那白紙混入真的錢幣一起數了... 媽給的 \$500 + 自己儲蓄的 \$100 + 書錢(-\$200) + .. 。得出結果就代表買了書後那同學餘下的財富。

## (K) 結語

「向心力」是高中物理的一個小難關。課堂上老師講「向心力」，但在傳媒、日常生活裏常聽見反而是「離心力」；混淆就是源於此。同學要不斷做練習，不斷思考，才弄個真正明白。

同學，每當你對「向心力」一詞有困惑不解時，請你想起簡單的這句

「向心力」 = 「向着圓心的淨力」



最後，請大家玩玩我的二個互動小程式：

1. 用可控的力製造平面運動 <http://ngsir.netfirms.com/chinesehtm/ApplyF.htm> (Java)

[https://ngsir.netfirms.com/j/Chi/applyForce/applyForce\\_js\\_chi.htm](https://ngsir.netfirms.com/j/Chi/applyForce/applyForce_js_chi.htm) (Html5)

先想想要求小車行一個甚麼的圓圈，然後用你手控制施力給小車，令它真的行走那圓圈，你做得到嗎？

2. 圓錐擺 (Conical pendulum) <http://ngsir.netfirms.com/chinesehtm/ConicalPendulum.htm>

是那些力造成那向着圓心的淨力？

作者也寫過一篇關於潮汐成因的文章，其中利用「向心力」和「離心力」

作解釋，有興趣的讀者不妨也看看 <http://ngsir.netfirms.com/Q/ME/MQ27.pdf>

作者：吳老師 (Chiu-king NG)

電郵：[feedbackWZ@phy.hk](mailto:feedbackWZ@phy.hk) 其中 WZ 是 23 之後的質數



On the Physics Applets

P.6 問題答案：(i)  $R+W$  · (ii)  $R-W\cos\theta$