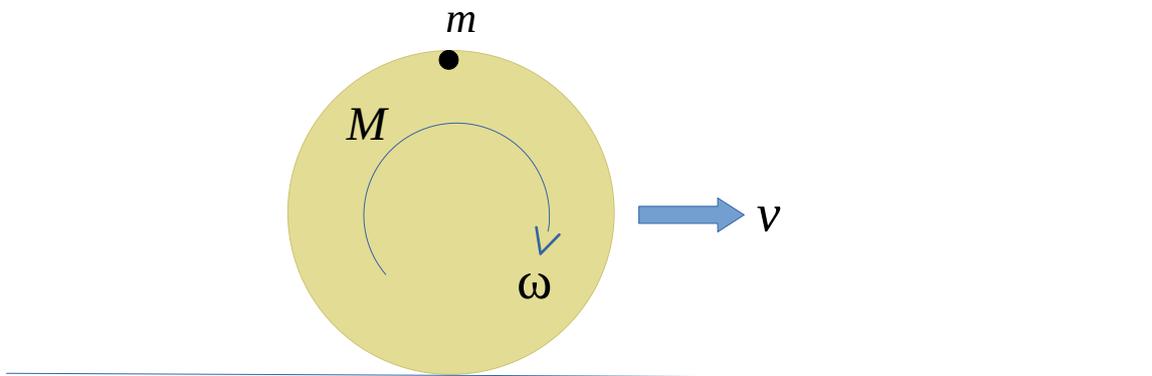


問題：



在一個半徑 R 、質量 M 的輪子的邊緣打了一口質量 m 的釘子。假設 $m \ll M$ ，輪子在地面作線性勻速及無滑動的滾動 (rolling without sliding)，它的角速及平移速分別是 ω 及 v 。問當 v 增加至甚麼值，輪子會從地面跳躍起？

解答：

箇中物理很簡單。以「離心力」概念說，當轉速足夠快， m 受到的離心力足以把整個輪子拉起離地（ v 慢慢增加，離地首先發生當 m 在輪子最高位置）。即是， $m\omega_{\text{剛離地}}^2 R = (M+m)g$ ，或

$$v_{\text{剛離地}} = \omega_{\text{剛離地}} R = \sqrt{\left(\frac{M+m}{m}\right)gR} \quad (1)$$

為甚麼沒有 m 就不見此現象，因為那時離心力在輪子的四方八面，互相抵消了。

以「向心力」解釋：釘子受的外力（包括自己的重量 mg 和輪子施於它的接觸力 N ）之向量和充當為向心力。當釘子在最高位置，

$$N + mg = m\omega^2 R \quad (2)$$

當轉速由慢變快， N 亦由向上變向下。當 N 向下， N 的反作用力

（ N' ）是向上，是作用於輪子自己。當 N' 等於 Mg ，輪子剛離地。

N 與 N' 量值相等，所以

$$N = Mg \quad (3)$$

代（3）入（2），

$$(M + m)g = m\omega^2 R$$

故輪子剛離地時

$$v_{\text{剛離地}} = \omega_{\text{剛離地}} R = \sqrt{\left(\frac{M+m}{m}\right)gR} \quad (4)$$

估算：若 $m = M/15$, $R = 0.5 \text{ m}$, $v_{\text{剛離地}} = 8.86 \text{ ms}^{-1}$ 。這是一個不慢的速度！（cf. 競賽單車平均車速 $\sim 12 \text{ ms}^{-1}$ ）

附加：

若 m 質量不小，與 M 相若，那輪子受 m 的影響早已出現與平時很不一樣的運動。舉例說，當輪子因地面平滑無摩擦無法同步直線加速， mg 相對圓心造成的力矩（torque）必然會使輪子在地面發生滑動（sliding）。

「輪子跳起」本是一個複雜的問題。有興趣的同學可在網上找“Hopping the hoop”的相關資料來閱讀。



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數