

問題：

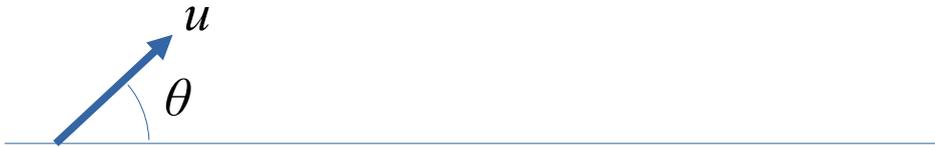
一隻青蛙在平地上 45° 躍起，向前前進了距離 R ，空中逗留時間 T 。

若把這次跳躍的能量分 n 份來進行 n 次跳躍，問完成後（沿直線，每次均 45° ），青蛙的總前進距離仍會是 R 嗎？在空中逗留的總時間仍會是 T 嗎？假設青蛙在空中的運動是拋物線運動。



解答：

拋物體公式：



* 水平方向：

$$\text{初速 } u_x = u \cos \theta$$

$$\text{加速 } a_x = 0$$

$$\text{速度 } v_x = u \cos \theta$$

$$\text{位移 } x = (u \cos \theta) t \quad (1)$$

* 垂直方向：

$$\text{初速 } u_y = u \sin \theta$$

$$\text{加速 } a_y = -g \text{ (取向上方向為正)}$$

$$\text{速度 } v_y = u_y + a_y t$$

$$v_y = u \sin \theta - gt \quad (2)$$

$$\text{位移 } y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$y = (u \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3)$$

代位移 $y = 0$ 入式 (3)，即是

$$0 = t(u \sin \theta - \frac{1}{2}gt)$$

$$t = 0 \text{ 或 } t = \frac{2u \sin \theta}{g}。$$

$$\text{所以，} T = \frac{2u \sin \theta}{g} \tag{4}$$

把式 (4) 代入式 (1)，得

$$R = \frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g}，\text{或}$$

$$R = \frac{u^2 \sin(2\theta)}{g} \tag{5}$$

由式 (5) 可見， $R \propto u^2$ ，即是 $R \propto E$ ，其中 E 是起跳的能量。

所以，無論是用 E 跳一次，還是以 E/n 跳 n 次，前進的距離沒有分別。

分多次跳躍，每次的水平速度會小於一次過跳躍時的“ $u \cos \theta$ ”。既然距離沒有分別，分多次跳躍逗留空中的總時間自必長於 T 。

那一次過跳躍能時升起離地面的高度，比分多次跳躍時的總升起高度，那一個會高一些？



作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數