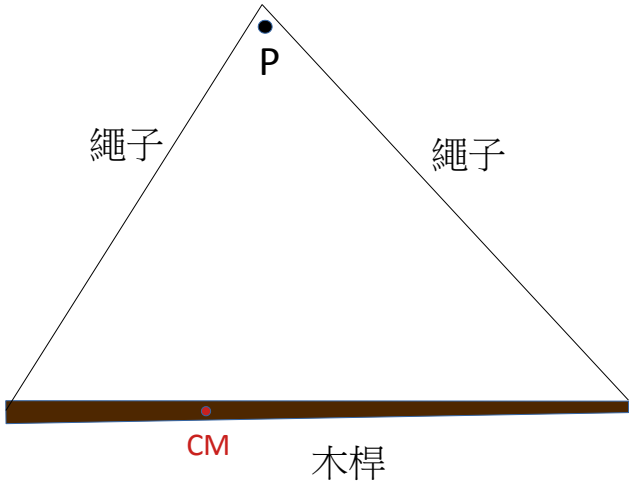
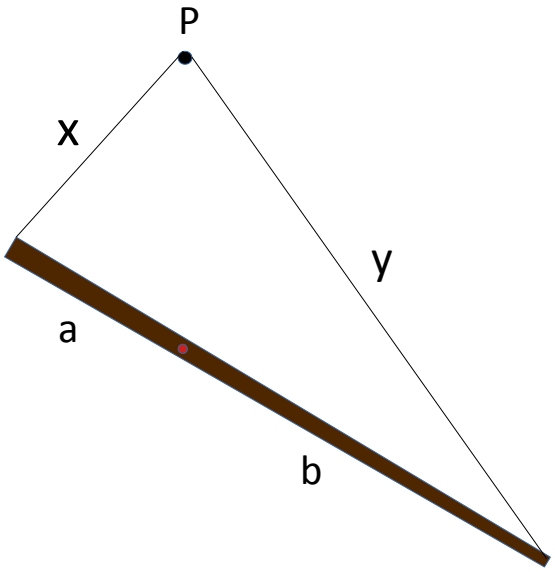
問題：

下圖，P 為一枚圖釘，繩可在它的光滑無摩擦的表面繞過。繩子的質量可以忽略不計。木桿的重心 (CM) 不 在 桿的中央。

(i) 試解釋為何當木桿橫放時，木桿不可能平衡。



(ii) 如下圖顯示般把木桿傾斜懸掛，木桿可以平衡，唯木桿重心須在 P 之下 及 滿足條件 $\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$ 。試証明之。



解答：

平衡條件：

A） 相對 任 何 一 點 的 淨 力 矩（net moment）為零，及

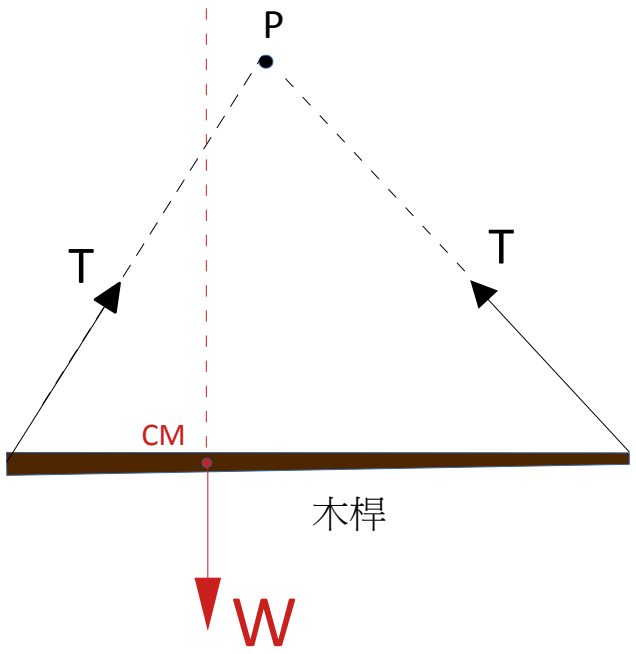
水平方向的淨力為零
垂直方向的淨力為零

或

B）相 對 任 何 不 同 兩 點 的 淨 力 矩（net moment）俱 為 零

(i)

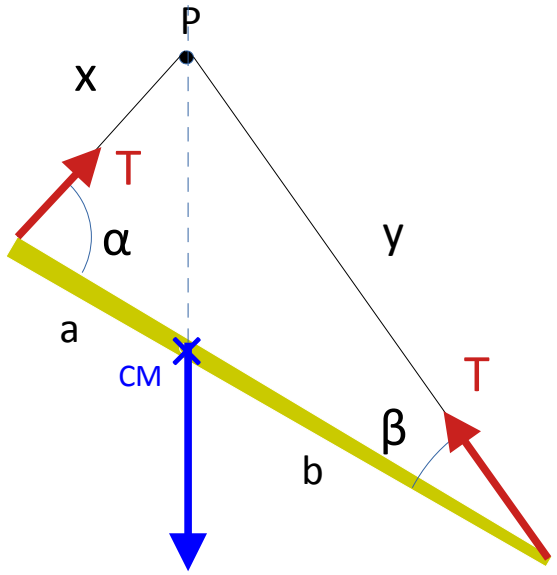
繩子繞過的圖釘表面平滑無摩擦，故（左右）繩的張力相同。



相對 P，左右 T 的力矩（moment）俱零，但 W 的力矩非零。

故木桿不平衡

(ii)



① CM 在 P 之下，所以相對 P，淨力矩為零。及

② 相對 CM 的淨力矩也須為零，

$$T\,a\sin\alpha = T\,b\sin\beta$$

$$\therefore \quad \frac{a}{b} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \qquad (1)$$

運用正弦定律（sine law），

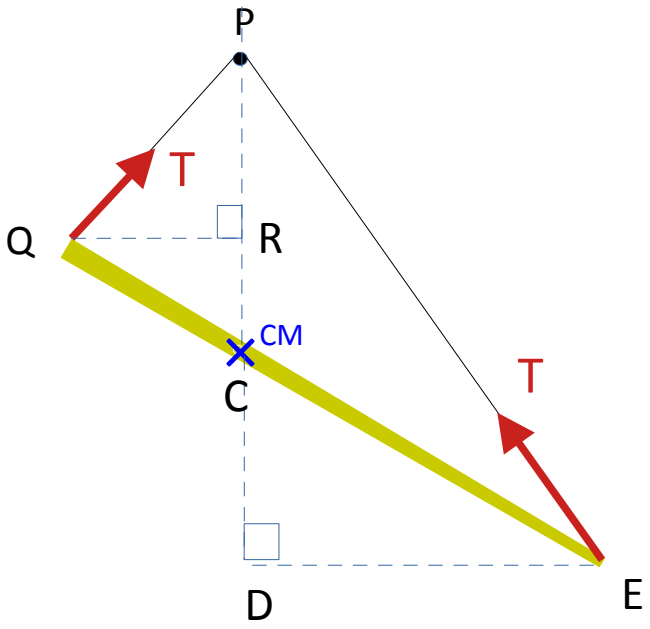
$$\frac{x}{\sin\beta} = \frac{y}{\sin\alpha}$$ ，即是

$$\frac{x}{y} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \qquad (2)$$

由 （1）和 （2），得

$$\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$$ 。

在以上步驟 ②，我們不使用“相對 CM 的淨力矩為零” ， 而是用“水平方向淨力為零 + 垂直方向淨力為零” 也可以。



水平方向淨力 = 0，即是

$T\cos\angle PQR = T\cos\angle PED$ ，或

$\frac{QR}{PQ}=\frac{DE}{PE}$ ，或

$\frac{QR}{DE}=\frac{PQ}{PE}$ 。 （3）

另一方面， $\Delta QRC \sim \Delta EDC$ ，所以

$$\frac{QR}{DE} = \frac{QC}{CE} \qquad (4)$$

由式（3）和式（4），得

$$\frac{PQ}{PE} = \frac{QC}{CE}$$ 。

亦即是

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \qquad (5)$$

註：這裏，我們只需用“水平方向淨力為零”已足夠證明式（5）。“垂直方向淨力為零”是用來求 T 與木桿重量的關係。

作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

https://ngsir.netfirms.com

http://phy.hk

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數