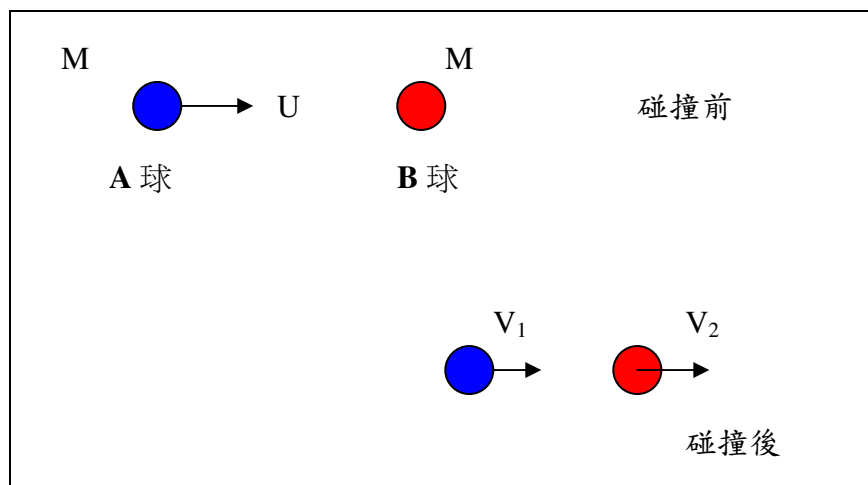


彈性碰撞中的 90° (中華基督教會燕京書院 吳老師)

本文討論的碰撞是

1. 撞與被撞物件質量相同。
2. 碰撞為完全彈性，即沒有動能損失。
3. 被撞物件在碰撞前是靜止。

(I) 情況一：正碰撞 (head-on collision)



(a) 憑直觀得結果：

兩球質量相同，碰撞中動量和動能須要守恆。

若發生

- 碰撞後，藍色停下來。
- 紅球以藍球的入射速度彈出。

即是

藍色的入射球的動量和動能完全傳給被撞的紅色球。

那時，動量和動能不就是守恆嗎？

(b) 用數學解方程組，印證 (a) 的想法

$$\text{動量守恆} \quad MU = MV_1 + MV_2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{動能守恆} \quad \frac{1}{2}MU^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \dots\dots\dots (2)$$

簡化後，

(1) 變成 $U - V_1 = V_2$ (3)

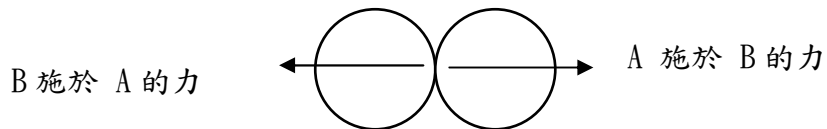
(2) 變成 $(U - V_1)(U + V_1) = V_2^2$ (4)

(4) ÷ (3)，得 $U + V_1 = V_2$ (5)

解聯立方程 (3) 和 (5)，

$$V_1 = 0, \quad V_2 = U$$

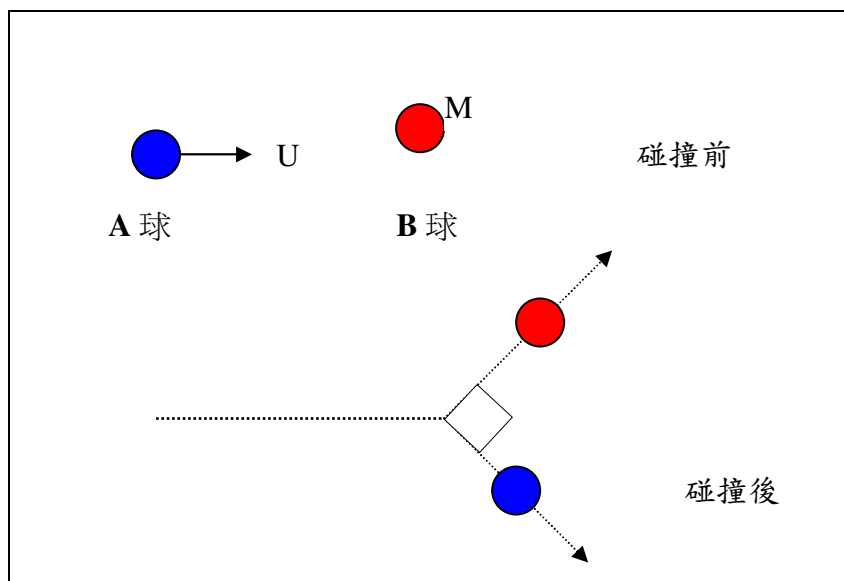
兩球互撞，它們施力對方。根據牛頓第三定律，此兩力的大小相同，方向相反。



根據力學定理，

力對物體作功 (work) = 物體動能改變 (change in KE)。

(II) 斜碰撞 (oblique collision)

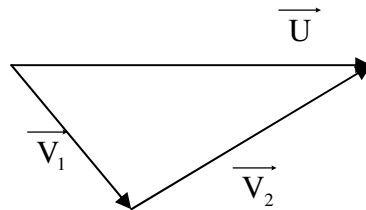


碰撞後，兩球彈出的方向必成直角。

動量守恆 $M \vec{U} = M \vec{V}_1 + M \vec{V}_2 \dots\dots\dots(6)$

動能守恆 $\frac{1}{2} M U^2 = \frac{1}{2} M V_1^2 + \frac{1}{2} M V_2^2 \dots\dots\dots(7)$

(6) 變成 $\vec{U} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \dots\dots\dots(8)$



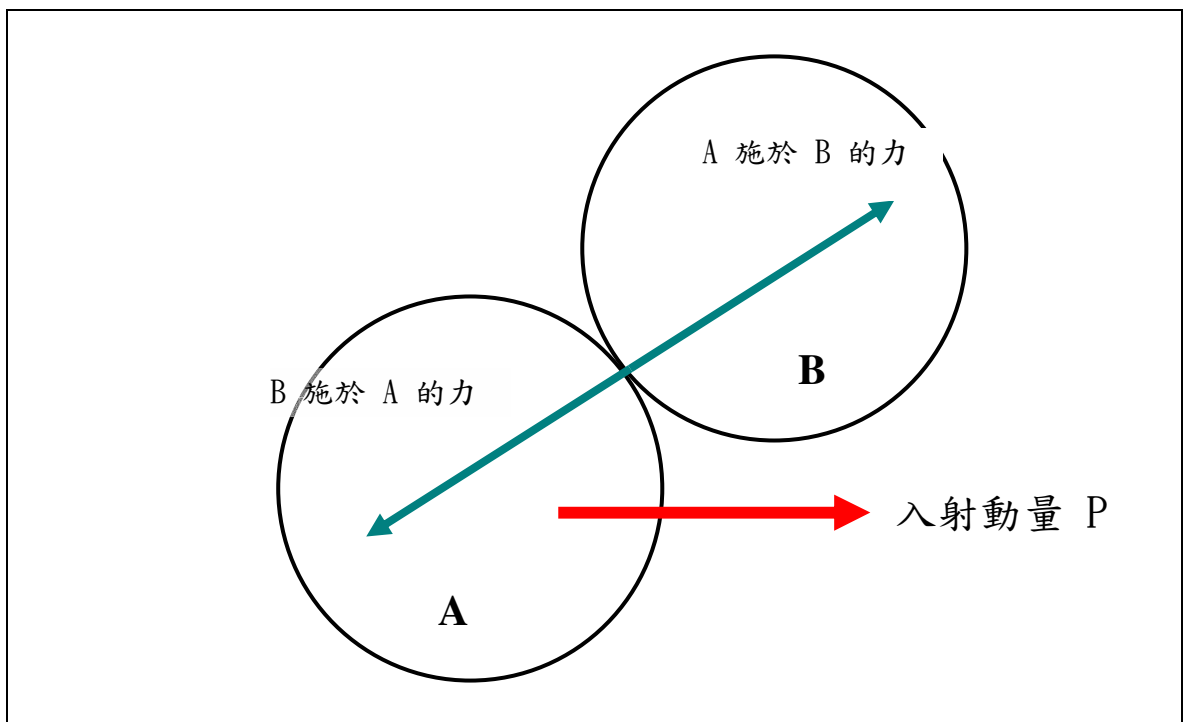
(7) 的要求 $U^2 = V_1^2 + V_2^2 \dots\dots\dots(9)$

(9) 表示上圖 U, V₁ 和 V₂ 形成的必然是一個直角三角形。

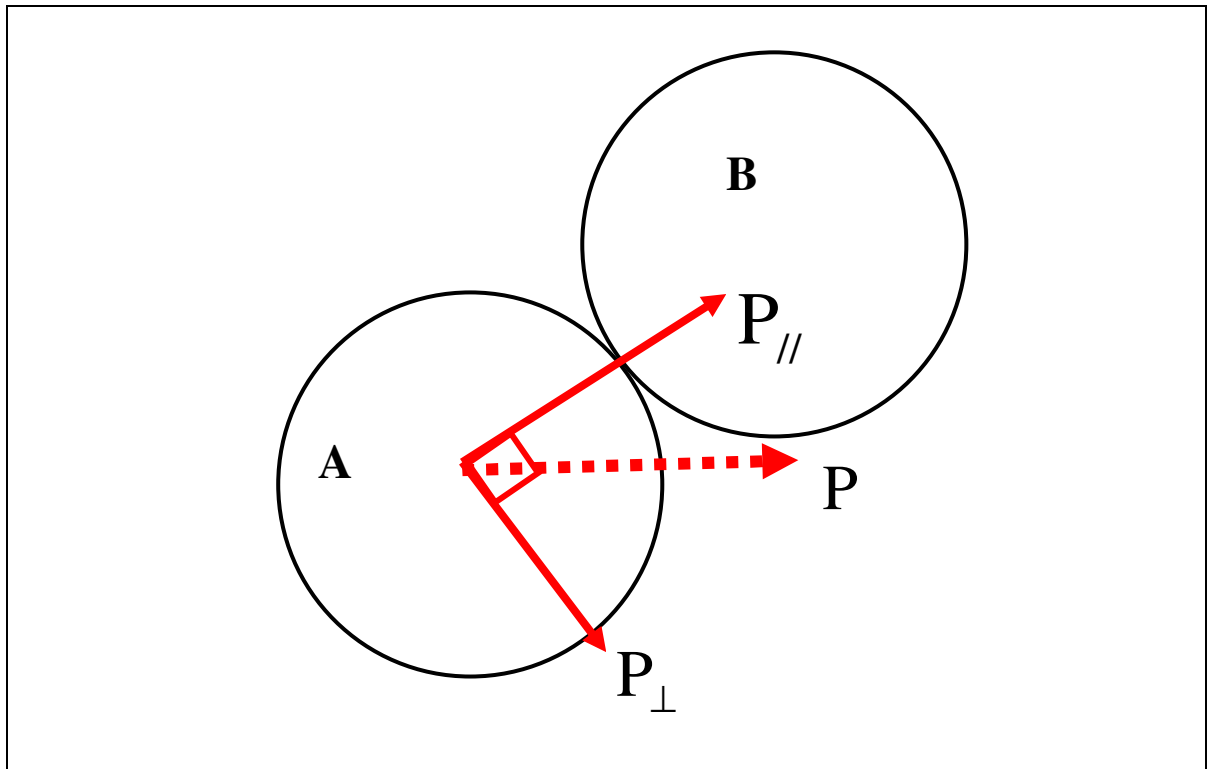
以上是標準的解釋說明。

本文補充一個常被疏忽觀點，就是 (I) 正碰撞的結果和 (II) 斜碰撞的結果本質上是一樣。

兩球互撞時的作用力，



將 A 的入射動量 P 分解，一為平行該兩力的方向 ($P_{//}$)，另一為垂直力的方向 (P_{\perp})。



留心觀察上圖，它實則不過是 (I) 正碰撞的情況外再加上一個 P_{\perp} 而已！
 上面已說明，動能的交換是靠力作功。但這法向反作用力（假設所有面平滑，沒有摩擦力）是垂直於 P_{\perp} ，所以無論如何，碰撞時的力改變不了 P_{\perp} 。

$P_{//}$ 和 P_{\perp} 是獨立的，

- $P_{//}$ 就像正碰撞時一樣，A 完完全全地把它轉移給 B。
- A 自己只保留 P_{\perp} 。

即是，最後，B 用 $P_{//}$ 彈出，A 則用 P_{\perp} 彈出，這就是它們的方向必成直角的原因。

因為動能 $KE = \frac{P^2}{2M} = \frac{P_{//}^2}{2M} + \frac{P_{\perp}^2}{2M}$ ，上述的動量轉移後，動能也是守恆的。

作者網頁：<http://www.ngsir.netfirms.com>